

## ДРОБНО-ИНТЕГРИРОВАННАЯ ЭКОНОМЕТРИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ МАКРОЭКОНОМИЧЕСКИХ ПОКАЗАТЕЛЕЙ

Л.Н. Лингур, к.е.н. В.М. Андриенко

Одесский национальный политехнический университет  
Украина, г. Одесса

Анализ взаимосвязей экономических данных, представленных в виде временных рядов, является необходимой составной частью современных исследований в области макроэкономической динамики переходной экономики и эконометрики финансовых рынков. Главная цель анализа временных рядов состоит в построении, по возможности, простых параметризованных моделей, адекватно описывающих ряды наблюдений. Обычно временной ряд рассматривают как выборку из последовательности случайных величин  $X_t$ , где  $t$  принимает целочисленные значения от 1 до  $T$ . Совокупность случайных величин  $\{X_t, t \in [1, T]\}$  называют *дискретным случайным процессом* или *стохастическим процессом*. Стохастический процесс называется *стационарным в широком смысле* если его свойства не изменяются во времени. В 1938 году Вольд доказал следующий фундаментальный результат [1]. Чисто недетерминированный стационарный в широком смысле случайный процесс  $X_t$  может быть представлен в виде линейной комбинации белых шумов. Оказалось, что во многих случаях достаточно рассматривать не общее представление Вольда, а его частные случаи, когда число слагаемых конечно. Такими частными случаями являются популярные в эконометрике авторегрессионные модели  $AR(p)$ ,  $MA(q)$ ,  $ARMA(p, q)$ . Экономические показатели не всегда ведут себя стационарным образом. Из макроэкономики известно их *сезонное* и *циклическое* поведение, кроме того, они могут иметь *тренд*. Часто эти виды компонент присутствуют в ряде одновременно.

Бокс и Дженкинс [2] предложили метод для преобразования нестационарного ряда в стационарный путем вычисления последовательных разностей. Если ряд после вычисления  $d$  последовательных разностей

приводится к стационарному, то такой ряд называют  $ARIMA(p,d,q)$  порядка  $(p,d,q)$ . Такие ряды моделируют различные ситуации, встречающиеся при анализе стационарных и нестационарных рядов. При этом  $p$  параметр  $AR$  - части,  $d$  – степень интеграции,  $q$  – параметр  $MA$  - части. Практика показала, что следуя этой методологии, можно сделать ошибочные выводы. Дело в том, что в экономике долгое время игнорировалось дробное значение параметра  $d$ . В работах зарубежных ученых был предложен новый класс моделей  $ARFIMA(p,d,q)$ , допускающий возможность нецелого параметра  $d$  и получивший название авторегрессионный дробно - интегрированный процесс скользящего среднего. Характеристики таких временных рядов обладают важными свойствами, например, они являются стационарными и обратимыми при  $d \in (-1/2, 1/2)$ . В частном случае, при  $p, q = 0$  и  $d \in (-1/2, 1/2)$ , процесс имеет вид [3]:

$$X_t = \sum_{j=0}^{\infty} \psi_j \varepsilon_{t-j}, \quad \psi_j = \frac{\Gamma(j+d)}{\Gamma(j+1)\Gamma(d)},$$

где  $\Gamma(x)$  – гамма-функция,  $\varepsilon_t$  - гауссовский белый шум,

Оценку параметра  $d$  можно получить из равенства  $d = H - 0.5$ , где  $H$  - показатель Херста [4]. Использование приведенной выше модели на практике показало, что краткосрочное прогнозирование показателей украинских финансовых рынков является вполне удовлетворительным. Средняя ошибка аппроксимации составляет 2-6%.

#### ИСПОЛЬЗУЕМЫЕ ИСТОЧНИКИ

1. Wold Н. A Study in the Analysis of Stationary Time Series / Н. Wold // Сб.научн.трудов. Stockholm: Almqvist and Wiksel, 1938.
2. Бокс Дж., Дженкинс Г. Анализ временных рядов. Прогноз и управление / Дж.Бокс, Дженкинс Г. - Вып. 1, 2 - М.:Мир, 1974.-197с.
3. Леоненко М.М. Теоретико-ймовірнісні та статистичні методи в економетриці та фінансовій математиці / М.М.Леоненко, Ю.С.Мішура, В.М. Пархоменко, М.Й. Ядренко - К.: Інформтехніка, 1995. – 380с.
4. Петерс Э. Фрактальный анализ финансовых рисков / Петерс Э. Интернет-трейдинг М.: 2004. -304 с.