ОЦІНКА РИЗИКУ ДЛЯ РОЗПОДІЛІВ З «ВЕЛИКИМИ ХВОСТАМИ»

К.т.н. В. Ю. Хохлов

Консультант з корпоративних фінансів та інвестиційного менеджменту
Україна, м. Київ
val.khokhlov@gmail.com

Одним з основних показників, який застосовується у сучасній практиці управління ризиками, є Value at Risk (VaR). Його активно просуває як провідна професійна асоціація ризик-менеджерів Global Association of Risk Professionals (GARP), так і Базельський комітет з питань банківського нагляду. Саме цей показник є рекомендованим для вимірювання ринкового ризику згідно з Basel II. Суттєвим недоліком VaR є його залежність від розподілу дохідності фінансового активу — зазвичай, використовується нормальний розподіл. Але останнім часом, насамперед після публікації книги Н. Талеба [1], використання цього розподілу зазнало нищівної критики через проблему «великих хвостів». Нормальний розподіл у тисячі разів занижує ймовірність у хвостах розподілу, таким чином не даючи адекватної оцінки ризику виникнення екстремальних збитків.

У даній доповіді пропонується для оцінки VaR використання інших розподілів ймовірності, які мають більш великі за нормальний розподіл хвости. До них відносяться, зокрема, розподіли Стьюдента та Лапласа. Хоча їхнє використання у ризик-менеджменті є новим та ще не увійшло у практику, переваги цих розподілів розглянуті у статтях [2–4]. При оцінюванні VaR визначимо збиток як різницю між кінцевою вартістю портфелю, яка є випадковою змінною, та його відомою первісною вартістю. Зробив припущення про розподіл логарифму дохідності, відповідне значення VaR можна розрахувати по формулі

$$v = 1 - \exp(\mu)\exp(\sigma)^{\Phi^{-1}(c)}, \tag{1}$$

де v — VaR грошової одиниці портфелю, μ — математичне очікування логарифму дохідності портфелю, σ — його стандартне відхилення, Φ —

кумулятивна функція стандартного розподілу, c — задана ймовірність збитків.

Для розподілу Стьюдента застосовується така формула:

$$v = 1 - \exp(\mu)\exp(\sigma)^{t^{-1}(c,df)\sqrt{1-2/df}}, \tag{2}$$

де t — кумулятивна функція стандартного розподілу Стьюдента, df — кількість ступенів свободи цього розподілу (на практиці від 3 до 6).

Для розподілу Лапласа при значеннях $c < 50\%$ формула має такий вигляд:

$$v = 1 - \exp(\mu)(2c)^{b}, \tag{3}$$

де b — параметр масштабу розподілу Лапласа.

Середньоквадратичні похибки (RMSE) оцінки VaR на вибірках з 42 активів на фондовому ринку США та 6 активів на ринку Росії наведені у таблиці 1. RMSE розраховувалась як різниця між фактичним значенням VaR та значеннями, розрахованими по формулах (1)–(3).

Таблиця 1. Похибки оцінювання VaR для різних розподілів

Розподіл	Нормальний			Стьюдента ($df = 3$)			Лапласа		
VaR @	5%	1%	0.1%	5%	1%	0.1%	5%	1%	0.1%
RMSE – США	0.47%	1.65%	8.18%	0.39%	1.05%	3.14%	0.23%	1.27%	6.26%
відносна похибка	*15.0%*	*19.0%*	*48.6%*	*11.2%*	*11.3%*	*20.2%*	*7.0%*	*13.9%*	*34.7%*
RMSE – Росія	1.04%	6.39%	18.64%	0.47%	5.34%	9.46%	0.42%	6.65%	16.33%
відносна похибка	*15.4%*	*29.6%*	*54.5%*	*7.9%*	*22.4%*	*23.1%*	*5.5%*	*28.6%*	*44.8%*

Таким чином, розподіли Стьюдента та Лапласа, які краще моделюють «великі хвости», мають також меншу похибку оцінки VaR. Так, VaR 5% найкраще оцінює розподіл Лапласа, а для VaR з меншою ймовірністю краще підходить розподіл Стьюдента з 3 ступенями свободи.

ВИКОРИСТАНІ ДЖЕРЕЛА

1. Талеб Н. Н. Черный лебедь. Под знаком непредсказуемости. — М.: КоЛибри, 2009. — 528 с.

2. Aparicio F. Empirical Distributions of Stock Returns: Scandinavian Securities Markets, 1990-95 / F. Aparicio, J. Estrada // European Journal of Finance. — 2001. — No. 7. — P. 1–21.

3. Linden M. A model for stock return distribution // International Journal of Finance & Economics. — 2001. — No. 6. — P. 159–169.

4. Хохлов В. Ю. VaR и проблема «больших хвостов» распределения доходности // Рискменеджмент в кредитной организации. — 2012. — № 2. — С. 35–49.