

МОДЕЛЮВАННЯ КОЕВОЛЮЦІЇ ЛЕГАЛЬНОЇ І ТІНЬОВОЇ ЕКОНОМІКИ

К.Ф.-м.н. Ю.В. Коляда, К.А. Семашко

ДВНЗ «Київський національний економічний університет імені Вадима Гетьмана»
Україна, м. Київ
Semashko_k@ukr.net

Явище тіньової економіки (ТЕ), що фактично паразитує на тілі легального виробництва (ЛЕ), має місце у державі будь-якого типу. Особливим чином воно проявляється у країнах з глибоко трансформаційною економікою, наприклад на теренах держав пострадянського простору.

Механізм сумісного існування ЛЕ і ТЕ описується наступною системою звичайних диференційних рівнянь

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_1 - x_1 x_2 - c_1 x_1^2 \\ \dot{x}_2 = -x_2 + x_2 x_1 - c_2 x_2^2, \end{cases} \quad (1)$$

де змінні $x_i = x_i(t)$ ($i = 1, 2$) відповідають обсягам ЛЕ і ТЕ з плином часу t , $\dot{x}_i = \frac{dx_i}{dt}$ – їх швидкості змінюваності; доданок $x_1 x_2$ описує взаємодію двох різновидів економіки, причому від'ємний знак біля нього засвідчує негативний вплив, а плюс – позитивний вплив на поведінку змінної; третій доданок $c_i x_i^2$ відображає самообмеження у зростанні змінної, а коефіцієнт c_i – його ступінь. Це так звана точкова модель – математична модель (ММ) динамічного стану економіки, яка перебуває у рецесії, причому обсяг ЛЕ зростає.

Здійснено якісний і кількісний аналіз спрощеної ММ (1) коеволюції ЛЕ і ТЕ, оскільки всі інші коефіцієнти (крім доданків самообмеження змінних) покладено рівними одиниці, що не впливає на характер поведінки обсягів різновидів економіки.

Особливі точки ММ (1) є тривіальна $(0;0)$ і $(1/c_1; 0)$, що випливає з нелінійної системи алгебраїчних рівнянь:

$$\begin{cases} x_1(1 - x_2 - c_1x_1) = 0 \\ x_2(-1 + x_1 - c_2x_2) = 0 \end{cases}, \text{ приймаючи до уваги економічний зміст.}$$

Матриця лінеаризації [1] ММ (1) має вигляд

$$J = \begin{pmatrix} 1 - x_2 - 2c_1x_1 & -x_1 \\ x_2 & -1 + x_1 - 2c_2x_2 \end{pmatrix},$$

Обчислена в особливих точках вона записується: для тривіальної

$$J(0;0) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}; \text{ слід матриці } Sp J \text{ рівний нулю, а визначник } det J$$

$$\text{від'ємний; як наслідок. Має місце сідло: } J(1/c_1;0) = \begin{pmatrix} -1 & -1/c_1 \\ 0 & -1 + 1/c_1 \end{pmatrix};$$

$det J(1/c_1;0) = 1 - 1/c_1 < 0$. Таким чином, особлива точка стійка (фокус або вузол) [1].

Для $c_1 > 1$ і $c_2 < 1$ характерна поведінка графіків x_1 і x_2 на рис. 1 а), б). спочатку має місце падіння, якийсь час стабілізація, а потім зростання до усталеного режиму.

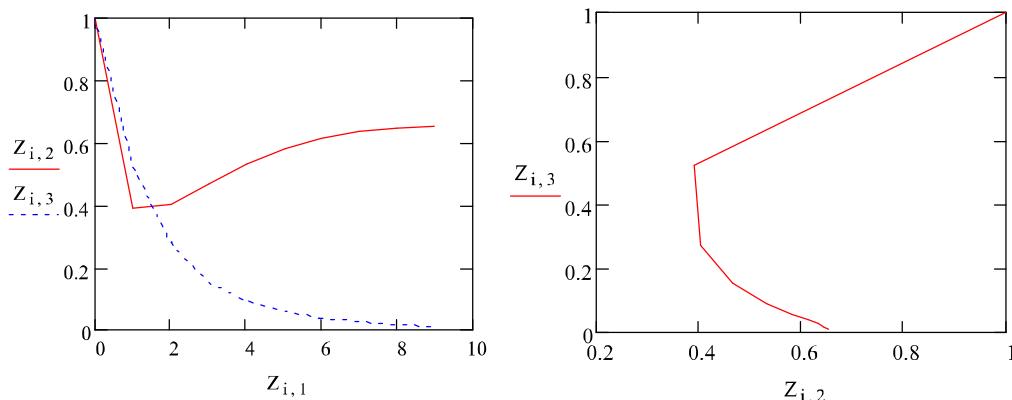


Рис. 1. а) інтегральні криві

б) фазовий опис.

ВИКОРИСТАНІ ДЖЕРЕЛА

- Коляда Ю.В. Адаптивна парадигма моделювання економічної динаміки / Ю.В. Коляда: монографія. - К: КНЕУ, 2011.-297с.